

**Sistema Nacional de
Evaluación Estandarizada
de la Educación**

**Alineación del examen
SABER 11°**

Presidente de la República
Juan Manuel Santos Calderón

Ministra de Educación Nacional
María Fernanda Campo Saavedra

Viceministro de Educación Preescolar, Básica y Media
Julio Salvador Alandete Arroyo



Esto es construir un país justo.
Estamos transformando a Colombia.

Directora General
Margarita Peña Borrero

Secretaria General
Gioconda Piña Elles

Director de Evaluación
Julián Patricio Mariño von Hildebrand

Director de Producción y Operaciones
Edgar Rojas Gordillo

Jefe Oficina Asesora de Gestión de Proyectos de Investigación
Adriana Molina Mantilla

Subdirectora de Diseño de Instrumentos
Flor Patricia Pedraza Daza

Subdirectora de Análisis y Divulgación
María Isabel Fernandes Cristóvão

Elaboración del documento
Reinaldo Bernal Velásquez (coordinador)

Diagramación
Alejandra Guzmán Escobar
Paula Osorio Arana

Bogotá, D.C., diciembre de 2013

Advertencia

Con el fin de evitar la sobrecarga gráfica que supondría utilizar en español "o/a" para denotar uno u otro género, el ICFES opta por emplear el masculino genérico en el que todas las menciones de este se refieren siempre a hombres y mujeres.

ICFES. 2013. Todos los derechos de autor reservados ©.

Todo el contenido es propiedad exclusiva y reservada del ICFES y es el resultado de investigaciones y obras protegidas por la legislación nacional e internacional. No se autoriza su reproducción, utilización ni explotación a ningún tercero. Solo se autoriza su uso para fines exclusivamente académicos. Esta información no podrá ser alterada, modificada o enmendada.

TÉRMINOS Y CONDICIONES DE USO PARA PUBLICACIONES Y OBRAS DE PROPIEDAD DEL ICFES

El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) pone a la disposición de la comunidad educativa y del público en general, **DE FORMA GRATUITA Y LIBRE DE CUALQUIER CARGO**, un conjunto de publicaciones a través de su portal www.icfes.gov.co. Dichos materiales y documentos están normados por la presente política y están protegidos por derechos de propiedad intelectual y derechos de autor a favor del ICFES. Si tiene conocimiento de alguna utilización contraria a lo establecido en estas condiciones de uso, por favor infórmenos al correo prensaicfes@icfes.gov.co.

Queda prohibido el uso o publicación total o parcial de este material con fines de lucro. **Únicamente está autorizado su uso para fines académicos e investigativos**. Ninguna persona, natural o jurídica, nacional o internacional, podrá vender, distribuir, alquilar, reproducir, transformar ⁽¹⁾, promocionar o realizar acción alguna de la cual se lucre directamente o indirectamente con este material. Esta publicación cuenta con el registro ISBN (International Standard Book Number, o Número Normalizado Internacional para Libros) que facilita la identificación no sólo de cada título, sino de la autoría, la edición, el editor y el país en donde se edita.

En todo caso, cuando se haga uso parcial o total de los contenidos de esta publicación del ICFES, el usuario deberá consignar o hacer referencia a los créditos institucionales del ICFES respetando los derechos de cita; es decir, se podrán utilizar con los fines aquí previstos transcribiendo los pasajes necesarios, citando siempre la fuente de autor) lo anterior siempre que estos no sean tantos y seguidos que razonadamente puedan considerarse como una reproducción simulada y sustancial, que redunde en perjuicio del ICFES.

Asimismo, los logotipos institucionales son marcas registradas y de propiedad exclusiva del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). Por tanto, los terceros no podrán usar las marcas de propiedad del ICFES con signos idénticos o similares respecto de cualesquiera productos o servicios prestados por esta entidad, cuando su uso pueda causar confusión. En todo caso queda prohibido su uso sin previa autorización expresa del ICFES. La infracción de estos derechos se perseguirá civil y, en su caso, penalmente, de acuerdo con las leyes nacionales y tratados internacionales aplicables.

El ICFES realizará cambios o revisiones periódicas a los presentes términos de uso, y los actualizará en esta publicación.

El ICFES adelantará las acciones legales pertinentes por cualquier violación a estas políticas y condiciones de uso.

* La transformación es la modificación de la obra a través de la creación de adaptaciones, traducciones, compilaciones, actualizaciones, revisiones, y, en general, cualquier modificación que de la obra se pueda realizar, generando que la nueva obra resultante se constituya en una obra derivada protegida por el derecho de autor, con la única diferencia respecto de las obras originales que aquellas requieren para su realización de la autorización expresa del autor o propietario para adaptar, traducir, compilar, etcétera. En este caso, el ICFES prohíbe la transformación de esta publicación.

Anexo 2

La prueba de Matemáticas

Introducción ■

En este documento se presenta una breve caracterización de lo que se propone evaluar en la nueva prueba de *Matemáticas* del examen SABER 11° que se tiene previsto aplicar a partir del segundo semestre de 2014¹. Hace parte de una serie de documentos que tiene por objeto dar a conocer a la comunidad educativa y a los demás interesados los aspectos más relevantes de la propuesta de ajustes del examen que se encuentra vigente desde el año 2000.

Como se verá a continuación, los cambios en la prueba de *Matemáticas* no son de fondo sino de forma: mayor extensión de la prueba y especificación de qué elementos se consideran genéricos y cuáles no. Por “genérico” se hace alusión a aquello que resulta necesario para que un ciudadano, independientemente de cual sea su oficio o profesión, pueda desenvolverse adecuadamente en la sociedad actual. Una vez se hayan definido los lineamientos definitivos de la nueva prueba, se publicará una guía detallada en la que se profundizará en lo que aquí se presenta.

A continuación, en primer lugar, se presentarán algunos antecedentes de la prueba del área de matemáticas. En segundo lugar, se expondrá brevemente en qué consiste la prueba de *Matemáticas* vigente. En tercer lugar, se expondrán los cambios que se implementarían en la nueva prueba. Finalmente, se presentarán algunos ejemplos de preguntas del tipo de las que aparecerían en la nueva prueba.

¹ Este documento fue elaborado bajo la dirección de Margarita Peña Borrero (Directora General - ICFES), por Julián Mariño von Hildebrand (Director de Evaluación - ICFES) y Reinaldo Bernal Velásquez (Contratista - Subdirección de Diseño de Instrumentos - ICFES). Contó con aportes de parte de Carlos E. Vasco Uribe e Isabel Fernandes Cristovao (Subdirectora de Análisis y Divulgación - ICFES).

1. Antecedentes de la prueba de Matemáticas

El área de matemáticas ha hecho parte del examen de Estado para el ingreso a la educación superior desde su creación en 1968. Sin embargo, la evaluación en matemáticas se ha hecho, en distintos períodos, desde diferentes perspectivas. Antes de 2000, esta se enfocaba hacia conocimientos declarativos y procedimentales, la solución de problemas, y las aptitudes y habilidades numéricas. Con la reforma general del “examen del ICFES”, en 2000 se pasó a un enfoque hacia la evaluación de competencias, en consonancia con las demás pruebas del examen. A continuación se exponen brevemente los principales elementos del cambio de 2000 y el desarrollo de la prueba de *Matemáticas* desde entonces.

En 1998 el Ministerio de Educación Nacional publicó la serie *Lineamientos Curriculares* (MEN 1998), que incluye una orientación para la formación de competencias matemáticas en el colegio. En esos *Lineamientos*, por una parte, se identifican cinco tipos de *procesos* propios de la actividad matemática: la resolución y el planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación, y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Por otra parte, se clasifican los conocimientos matemáticos en cinco categorías: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, y pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. El diseño de la prueba de Matemáticas que tuvo lugar con la reforma de 2000 estuvo guiado por esos *Lineamientos Curriculares*, y tuvo como soporte el documento *Reconceptualización del examen de Estado, área de Matemáticas* (ICFES 1999).

La prueba de Matemáticas establecida en 2000 se construyó sobre una conceptualización del objeto de evaluación en términos de cuatro ejes conceptuales, que recogen los conocimientos matemáticos presentes en los *Lineamientos* y se centran en aquello que es propio de la educación básica y media: conteo (correspondiente a “pensamiento numérico y sistemas numéricos”); medición (correspondiente a “pensamiento espacial y sistemas geométricos” y “pensamiento métrico y sistemas de medidas”); variación (correspondiente a “pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos”); aleatoriedad (correspondiente a “pensamiento aleatorio y sistemas de datos”). Además de esos cuatro ejes, se definió una segunda dimensión de “competencias comunicativas”, comunes a todas las pruebas que resultaron de la reforma de 2000: interpretar, argumentar y proponer.

Es importante tener presente, *en este punto y para lo que sigue*, que con estas descomposiciones, bien sea de procesos o de conocimientos, lo que se obtiene no es una

serie de subconjuntos excluyentes sino algo más cercano a un conjunto de dimensiones. Estas generan un espacio que incluye elementos como conceptos, problemas o situaciones que se encuentran relacionados en mayor o menor medida con cada una de ellas. En el caso de las cinco categorías de conocimientos matemáticos propuestas en los *Lineamientos*, esta observación es particularmente relevante. En los procesos de formación en matemáticas, las secuencias en que se desarrollan los distintos tipos de pensamiento complejizan las relaciones entre ellos.

Entre los años 2002 y 2006 el Ministerio de Educación Nacional elaboró los *Estándares Básicos de Competencias* (MEN 2006), los cuales constituyen desde entonces la guía fundamental de la educación básica y media en el país. Estos, por un lado, estipulan que la formación (en todas las áreas) debe estar dirigida hacia el desarrollo de *competencias*, y establecen los desempeños a partir de los cuales evaluar ese desarrollo. Por otro lado —en lo que se refiere al área de matemáticas, retoman directamente de los *Lineamientos* la forma de clasificar los procesos propios de la actividad matemática y los *conocimientos matemáticos*. Ahora bien, dado que la prueba de matemáticas —con la reforma de 2000— ya estaba enfocada hacia la evaluación de competencias, y que había sido diseñada siguiendo los *Lineamientos*, tras la aparición de los *Estándares* no fue necesario incorporarle cambios significativos. Ya había una correspondencia entre lo que buscaba evaluar la prueba y lo que deben desarrollar los estudiantes de acuerdo con los *Estándares*.

2. La prueba vigente

En 2007 se hizo una revisión del diseño de la prueba de *Matemáticas* que dio lugar a la prueba vigente, y se estableció el marco teórico que la soporta (ICFES 2007). Esta prueba está caracterizada en términos de las *competencias* y los *componentes* que evalúa. Estos elementos corresponden a los *procesos* propios de la actividad matemática y a los *conocimientos* matemáticos presentes en los *Estándares*, aunque solo de manera aproximada. En efecto, dado que la prueba tiene un número de preguntas relativamente pequeño (24), se fusionaron algunas de las categorías presentes en los *Estándares*, llegando así a definir tres competencias y tres componentes. Las *competencias* son:

▶ **Comunicación y representación**

Incluye, entre otras, la capacidad del estudiante de interpretar y servirse de diferentes tipos de representación propios de las matemáticas.

▶ **Modelación, planteamiento y resolución de problemas**

Incluye, entre otras, la capacidad de formular problemas en términos matemáticos, de desarrollar y aplicar diferentes estrategias para solucionarlos, y de justificar la elección de ciertos métodos e instrumentos para enfrentarlos.

▶ **Razonamiento y argumentación**

Incluye, entre otros aspectos, la capacidad de comprender y justificar estrategias y procedimientos gracias a los cuales se llega a determinada solución de un problema.

A su vez, los *componentes* son:

▶ **Numérico y variacional**

Indaga, entre otras cosas, por la comprensión de los números, sus propiedades y las operaciones aritméticas, por el reconocimiento de regularidades y patrones, por la identificación de variables, y por la descripción de fenómenos de cambio y dependencia.

▶ **Geométrico y métrico**

Indaga, entre otras cosas, por la comprensión de las características de los objetos geométricos básicos, de las relaciones entre ellos, de sus transformaciones, y de las magnitudes y unidades métricas.

▶ **Aleatorio**

Indaga, entre otras cosas, por la comprensión e interpretación de datos y la formulación de inferencias y argumentos utilizando medidas de tendencia central y de dispersión.

3. Novedades en la prueba de Matemáticas propuesta

Como se señaló anteriormente, los cambios que se propone introducir en la prueba de *Matemáticas* son de forma antes que de fondo: por un lado, aumentar el número de preguntas y, por otro, establecer unas especificaciones que distingan entre aquellos contenidos de las matemáticas que son de carácter genérico —que llamaremos de *razonamiento cuantitativo*— y los que no lo son.

3.1 El razonamiento cuantitativo

Con la expresión “razonamiento cuantitativo” se designan “aquellas habilidades matemáticas con las que todo ciudadano debería contar, independientemente de su profesión u oficio, para poder desempeñarse adecuadamente en contextos cotidianos (...) Al hablar de *razonamiento cuantitativo* se hace referencia a un conjunto de competencias que resultan de un entrenamiento en algunas áreas de las matemáticas, y a la manera de aplicar esas matemáticas en contextos prácticos” (ICFES 2013).

En la prueba de *Matemáticas* que se ha aplicado desde la reforma de 2000 hasta la actualidad una parte importante de las preguntas evalúa el razonamiento cuantitativo. Sin embargo, para consolidar el Sistema Nacional de Evaluación Estandarizada de la Educación, es crítico producir mediciones *específicas* del nivel de desarrollo del razonamiento cuantitativo en particular. Solo así se pueden obtener resultados directamente comparables con los del examen SABER PRO (que evalúa a los estudiantes próximos a terminar un pregrado) y establecer medidas de cuánto progresan los estudiantes gracias a la educación superior.

En este orden de ideas, con el *nuevo examen se producirían resultados tanto de matemáticas en términos generales como de razonamiento cuantitativo en particular*, diferenciándolos explícitamente. El resultado en *Matemáticas* se obtendría con la totalidad de preguntas de la prueba, y el de *Razonamiento Cuantitativo* únicamente con aquellas preguntas previamente catalogadas como genéricas.

Para clasificar una pregunta como genérica o no-genérica se deben tener en cuenta el *contexto* que plantea y los *conocimientos* que requiere para su resolución. Este punto se desarrolla en los dos apartados que siguen.

3.2 Contextos

Mientras que las preguntas de carácter no-genérico pueden plantear situaciones abstractas, propias de la matemática como disciplina, las preguntas de razonamiento cuantitativo se enmarcan en situaciones propias de la vida cotidiana. Estas situaciones son usualmente de los siguientes tipos:

▶ **Financieras**

Involucran el manejo de cifras relacionadas con dinero. Abarcan, entre otras, las siguientes categorías: flujos de caja, rentabilidad, rendimientos financieros, programas de ahorro, créditos, intereses, evaluación de riesgos y conversión de monedas.

▶ **De divulgación científica**

Involucran información o resultados de tipo científico que son de interés general y no requieren de un conocimiento disciplinar avanzado. Comprenden, por ejemplo, fenómenos ambientales, climáticos, astronómicos, de salud, dinámicas de poblaciones, desarrollos tecnológicos, telecomunicaciones e informática.

▶ **Sociales**

Involucran situaciones que enfrenta un individuo en su calidad de ciudadano. Por ejemplo, lo relacionado con: resultados electorales, impacto de programas políticos, indicadores económicos, flujos demográficos y eventos culturales.

▶ **Ocupacionales**

Involucran actividades propias de un oficio determinado, que no requieran para su realización de conocimientos técnicos específicos. Se incluyen, en particular, situaciones propias del ámbito escolar o universitario.

3.3 Conocimientos

Los conocimientos que involucraría la prueba corresponden a los conocimientos matemáticos establecidos en los Estándares. En la siguiente tabla se presentan los conocimientos que serían evaluados sistemáticamente en la prueba de *Matemáticas* propuesta, clasificados como *genéricos* o *no-genéricos*.

Tipo	Conocimientos genéricos	Conocimientos no genéricos
Numérico	Orden de números e intervalos.	Sucesiones y límites.
	Números racionales (representados como fracciones, razones, números con decimales, o en términos de porcentajes).	Números reales
Numérico-variacional	Operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división y potenciación), composición de operaciones y uso de sus propiedades básicas.	Funciones polinomiales, racionales, radicales, exponenciales y logarítmicas.
Geométrico-métrico	Figuras geométricas básicas (triángulos, cuadrados, rectángulos, rombos, círculos, esferas, cubos). Relaciones de paralelismo y ortogonalidad entre rectas.	Figuras geométricas simples (polígonos, pirámides, elipses). Construcciones geométricas complejas.
Métrico	Magnitudes y unidades físicas (tiempo, peso, temperatura).	Notación científica.
	Aproximación y orden de magnitud.	
Métrico-variacional	Sistemas de coordenadas cartesianas bidimensionales.	Sistemas de coordenadas cartesianas tridimensionales y polares.
	Relaciones lineales. Representación gráfica del cambio. Razones de magnitudes: velocidad, aceleración, tasas de cambio, tasas de interés, densidades. Proporcionalidad directa e inversa.	Crecimiento polinomial y exponencial. Periodicidad.
Numérico-aleatorio	Intersección, unión y contención entre conjuntos.	Combinaciones y permutaciones.
	Conteos que utilizan principios de suma y multiplicación.	
Métrico-aleatorio	Promedio, rango estadístico.	Medidas de tendencia central y dispersión.
	Azar y relaciones probabilísticas entre eventos complementarios o independientes.	Muestreo e inferencias muestrales.

Es importante señalar que el *uso de formulaciones algebraicas siempre se considera como no-genérico*. Esto teniendo en cuenta que, aunque la formulación algebraica es una herramienta fundamental de las matemáticas para comunicar, modelar situaciones, procesar información, formalizar argumentaciones, etc., su uso no es indispensable para hacer frente a los problemas matemáticos que enfrenta en la *cotidianidad* un ciudadano de la sociedad actual.

3.4 Competencias

Para cada uno de los tipos de pensamiento presentados se evaluarían las competencias o acciones de la actividad matemática que se presentan a continuación. Estas involucrarían conocimientos tanto genéricos como no-genéricos.

► Interpretación y representación

Consiste en la capacidad de comprender y manipular representaciones de datos cuantitativos o de objetos matemáticos en distintos formatos (textos, tablas, gráficos, diagramas, esquemas). Incluye, entre otras cosas, la extracción de información local (por ejemplo, la lectura del valor asociado a determinado elemento en una tabla o la identificación de un punto de quiebre en el gráfico de una función) o global (por ejemplo, la identificación de un promedio, tendencia o patrón); la comparación de representaciones desde una perspectiva comunicativa (por ejemplo qué figura representa algo de una forma más clara o adecuada); la representación gráfica y tabular de funciones y relaciones. Pueden requerirse cálculos o estimaciones simples.

► Formulación y ejecución

Consiste en la capacidad de establecer, ejecutar y evaluar estrategias para analizar o resolver problemas que involucren información cuantitativa y objetos matemáticos. Incluye, entre otras cosas, modelar de forma abstracta situaciones reales; analizar los supuestos de un modelo y evaluar su utilidad; escoger y realizar procedimientos (entre los que se incluyen manipulaciones algebraicas y cálculos); evaluar el resultado de un procedimiento.

► Razonamiento y argumentación

Consiste en la capacidad de justificar juicios sobre situaciones que involucren datos cuantitativos u objetos matemáticos (los juicios pueden referirse a representaciones, modelos, procedimientos, resultados, etc.) a partir de consideraciones o conceptualizaciones matemáticas. Incluye, entre otras cosas, construir o identificar argumentaciones válidas; usar adecuadamente ejemplos y contraejemplos; distinguir hechos de supuestos; reconocer falacias.

Estas competencias recogen los procesos propios de la actividad matemática planteados en los Lineamientos y los Estándares y, como señalábamos, son transversales tanto a las categorías de genérico y no-genérico como a los tipos de pensamiento matemático. En esta medida, en el examen se plantearían preguntas de *Interpretación y Representación*, *Formulación y Ejecución*, y *Razonamiento y Argumentación*, que involucrarían los conocimientos tanto genéricos como no-genéricos presentados en la tabla del numeral anterior.

Ciertamente, las competencias que se propone evaluar en la nueva prueba de *Matemáticas* no coinciden plenamente con las que están establecidas en el marco teórico de la prueba vigente. Sin embargo, los cambios introducidos no implican un enfoque distinto para la prueba; solo buscan hacer más clara la clasificación de preguntas y reducir ambigüedades.

4. Ejemplos de preguntas

Las preguntas 1, 2 y 3 corresponden a la competencia interpretación.

1. El caudal (Q) se define como el volumen de algún líquido que pasa por un conducto en un determinado tiempo

$$Q = \frac{V}{t}$$

Donde V es el volumen del líquido y t es el tiempo que tarda en pasar.

De acuerdo con esto, una unidad de medida del caudal de líquido puede ser

A.	B.	C.	D.
$\frac{m^3}{litro}$	$\frac{km}{hora}$	$\frac{litro}{dm}$	$\frac{cm^3}{seg}$

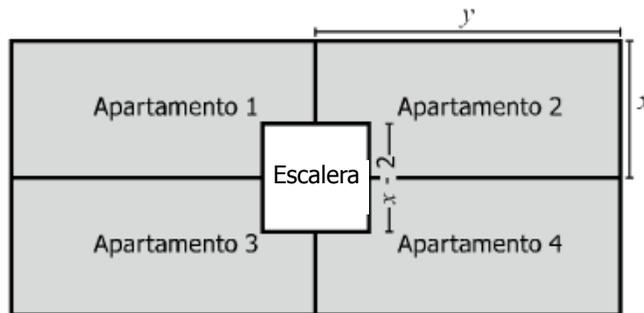
Clave: D

Justificación de la clave: Como $\frac{V}{t}$ $\frac{\text{Volumen del líquido}}{\text{tiempo}}$, el numerador debe

estar expresado en unidades métricas cúbicas (m^3 , cm^3 , dm^3) o en unidades de capacidad (l , dl), mientras que el denominador debe estar expresado en unidades de tiempo (hora, segundo, día, año).

Tipo: Métrico-variacional. Genérico.

2. En la figura se representa el plano del primer piso de un edificio, conformado por cuatro apartamentos de igual forma y medida que comparten un espacio común de forma cuadrada donde se encuentra una escalera.



Figura

¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área total de los 4 apartamentos (área sombreada)?

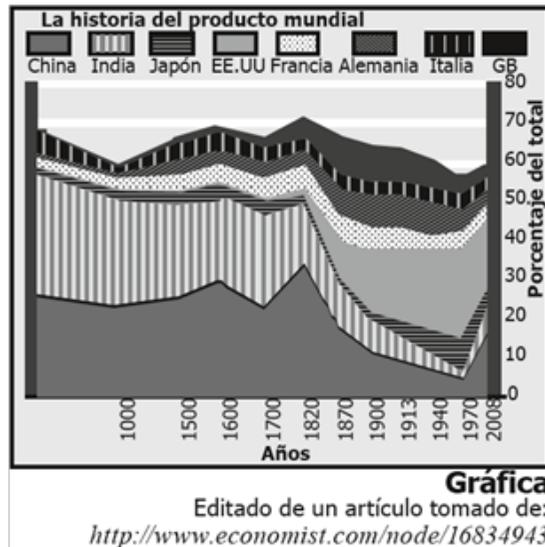
- A. $4xy - x + 2$
- B. $4xy - (x - 2)^2$
- C. $2xy - (x - 2)^2$
- D. $2xy - x + 2$

Clave: B

Justificación de la clave: el área total de la sección del edificio es el área de un rectángulo de largo $2y$ y ancho $2x$, es decir, $4xy$. A esta área, para obtener el área de los apartamentos, se le debe restar el área de la escalera: la de un cuadrado de lado $x-2$, es decir, $(x-2)^2$. Por tanto, el área de los 4 apartamentos es: $4xy - (x-2)^2$.

Tipo: Geométrico-métrico. No genérico (formulación algebraica).

3. El producto interno bruto (PIB) de una región se define como el valor monetario de todos los bienes y servicios que produce esa región. La gráfica muestra la evolución de la participación de la producción de diferentes países en el PIB mundial.



Al observar la gráfica, un lector afirma que en estos países la participación respecto al total del producto mundial aumentó entre 1970 y 2008, porque todas las líneas que delimitan las regiones en esos años tienen dirección de aumento. Esta interpretación es errónea porque

- A. desconociendo el producto total mundial no es posible afirmar esto.
- B. ningún país muestra tendencias permanentes de aumento.
- C. las líneas suben afectadas por el aumento de participación de China.
- D. la participación de India tiene una tendencia de reducción.

Clave: C

Justificación de la clave: un aumento de la participación en el PIB mundial del PIB de un país corresponde en la gráfica a una mayor altura de la región correspondiente, no a una pendiente positiva del límite superior de la misma. Las pendientes positivas de los límites superiores de las regiones de los distintos países que se observan se deben, como lo señala la clave, al aumento de participación del PIB de China.

Tipo: Métrico-variacional. Genérico.

Las preguntas 4, 5 y 6 corresponden a la competencia formulación y ejecución.

4. La siguiente tabla muestra, para tres años consecutivos, el valor del auxilio de transporte mensual que reciben los trabajadores de una empresa y el promedio de la tarifa de un pasaje para el servicio de transporte urbano en la ciudad:

Año	Auxilio de transporte (mensual)	Tarifa de un pasaje (promedio)
2009	\$ 59.300	\$ 1.500
2010	\$ 61.500	\$ 1.600
2011	\$ 63.800	\$ 1.700

Si un trabajador debe comprar al mes 40 pasajes, se puede afirmar que, con respecto al primer año, en el tercero el desequilibrio (el costo de transporte que no le cubre el auxilio) es:

- A. Mayor en \$200.
- B. Menor en \$4.300.
- C. 3 veces mayor.
- D. 6 veces mayor.

Clave: D

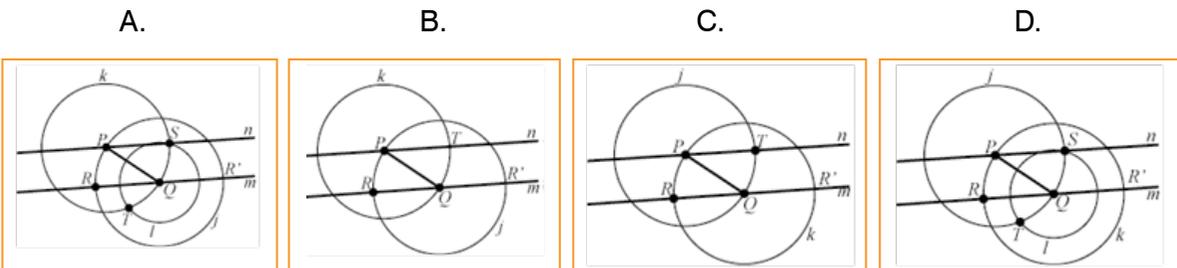
Justificación de la clave: el desequilibrio es igual a la diferencia entre el costo de los pasajes del mes (igual a 40 veces la tarifa) y el valor del auxilio. Mientras que para el primer año es de \$700, para el tercero es de \$4.200; esto es, 6 veces mayor.

Tipo: Numérico-Variacional. Genérico.

5. Dada una recta m y un punto P cualquiera, es posible trazar una recta paralela a la recta m que pase por el punto P , siguiendo siete pasos.

1. Se marca un punto Q cualquiera en la recta m .
2. Se traza el segmento QP .
3. Se traza la circunferencia j de centro Q y radio de la longitud de QP que interseca a la recta m en R y R' .
4. Se traza la circunferencia k con centro en P y radio de la longitud de QP .
5. Se traza la circunferencia l con centro en Q y radio RP que interseca la circunferencia k en los puntos S y T .
6. Se traza la recta n que pasa por los puntos P y S .
7. Como el ángulo RQP es congruente con el ángulo QPS , las rectas m y n son paralelas.

La figura que muestra correctamente la construcción geométrica descrita es



Clave: A

Justificación de la clave: la única construcción en la que se cumplen todos los pasos enunciados es la de la opción A. Puede verificarse adicionalmente que (i) en las construcciones geométricas de las opciones C y D la circunferencia j tiene centro P y radio de longitud PQ , contrariamente a lo solicitado en el paso 3 del enunciado, y que (ii) la construcción de la opción B no cuenta con la circunferencia l propuesta en el paso 5 del enunciado.

Tipo: Geométrico. No genérico.

6. Se lanzan 2 dados y se considera la suma de los puntajes obtenidos. La tabla muestra las parejas posibles para algunos puntajes.

Puntaje	Parejas posibles	Cantidades de posibilidades
2	(1,1)	1
3	(1,2), (2,1)	2
4	(1,3), (2,2), (3,1)	3
5	(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)	4
6	(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)	5
7	(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)	6

Tabla

Si se lanzan dos veces los 2 dados, ¿cuántas posibilidades hay de obtener 10 puntos en total, de manera que en el primer lanzamiento se obtengan 6 puntos?

- A. 8
- B. 15
- C. 16
- D. 24

Clave: B

Justificación de la clave:

	Primer lanzamiento	Segundo lanzamiento
Puntaje que se debe obtener.	6 (dato en el enunciado).	4 (pues según el enunciado el resultado debe ser 10).
Número de parejas diferentes posibles para obtener el puntaje.	5 (dato obtenido en la tabla).	3 (dato obtenido en la tabla).

Contando el número de parejas diferentes con las cuales se obtiene un puntaje de 10 habiendo obtenido un 6 en el primer lanzamiento, se obtiene que hay $5 \times 3 = 15$ posibilidades.

Tipo: Numérico-aleatorio. Genérico.

La preguntas 7 y 8 corresponden a la competencia argumentación.

7. Tres amigos suelen ir a cenar juntos a un restaurante. Adicionalmente al valor del pedido, pagan siempre \$20.000 por la reserva de la mesa y una propina del 10% sobre la suma del valor de los pedidos.

Para definir el monto que debe pagar cada uno de los amigos usan una de las dos opciones siguientes.

OPCIÓN 1	OPCIÓN 2
<ol style="list-style-type: none">1. Dividen \$20.000 entre 3.2. Cada uno multiplica el costo de su pedido por 1,1.3. Cada uno paga la suma del valor obtenido en 2 y el obtenido en 1.	<ol style="list-style-type: none">1. Cada uno halla el cociente del costo de su pedido entre el precio total de los pedidos.2. Cada uno paga el producto de multiplicar el cociente hallado en el paso 1 por el monto total de la cuenta.

El mesero que los oye discutir sobre las opciones, les dice que quien haga el pedido más barato siempre pagará menos con la opción 2 que con la opción 1. Esta afirmación es correcta porque:

- A. En la opción 1, se multiplica por 1,1 el precio de los pedidos de manera que resulta un 10% más alto frente a la opción 2.
- B. En la opción 2, el valor que paga cada persona por la reserva es proporcional al valor de su pedido; no es un valor fijo.
- C. En la opción 1, se suman valores adicionales a aquellos que incluye la opción 2 y por lo tanto resulta más alto el valor a pagar.
- D. En la opción 2, el repartir proporcionalmente la cuenta hace que el pago de la reserva sea igual para todos.

Clave: B

Justificación de la clave: el estudiante debe advertir que la diferencia entre las dos opciones de pago es la manera en que se reparte el valor de la reserva, y que con la opción 2 este valor es proporcional al precio del pedido y resulta entonces menor para quien haga el más barato.

Tipo: Numérico. Genérico.

8. Uno de los amigos plantea una nueva opción:

OPCIÓN 3

1. Cada uno calcula a qué porcentaje del valor total de lo consumido corresponde el valor de lo que él pidió.
2. Cada uno multiplica el porcentaje obtenido en 1 por los \$20.000 de la reserva.
3. Cada uno multiplica el porcentaje obtenido en 1 por el valor total de la propina.
4. Cada uno paga la suma del valor de lo que pidió con los valores obtenidos en los pasos 2 y 3.

Él afirma que este procedimiento es mejor para quien haga el pedido más barato, en comparación con los procedimientos de las opciones 1 o 2. Sin embargo, dicha afirmación es incorrecta porque:

- A. La opción 1 es equivalente a la opción 3 pues en las dos se divide el valor de la reserva en partes iguales entre los amigos.
- B. La opción 2 es equivalente a la opción 3 pues en ambos casos se calcula la cuenta de cada uno proporcionalmente al valor de su pedido.
- C. La opción 1 es equivalente a la opción 3 pues tanto en una como en otra, los pasos iniciales establecen el valor a pagar por la reserva y la propina.
- D. La opción 2 es equivalente a la opción 3 pues en el primer paso de la opción 3 el porcentaje obtenido es igual al cociente obtenido en el primer paso de la opción 2.

Clave: B

Justificación de la clave: el estudiante debe comprender que en el segundo paso de la opción 2 el “monto total de la cuenta” se refiere al resultado de la suma de (i) el precio de cada plato, (ii) el precio de la reserva y (iii) el precio de la propina, multiplicado por el valor obtenido en el primer paso de la opción 2, y que ese monto, en virtud de la propiedad distributiva, es equivalente a la suma de (i) la multiplicación del porcentaje obtenido en el primer paso de la opción 3 por el valor del precio de cada plato, (ii) la multiplicación de ese mismo porcentaje por el valor de la reserva, y (iii) la multiplicación de ese mismo porcentaje por el valor de la propina.

Tipo: Numérico. Genérico.

5. Referencias ■

- **ICFES** (1999). *Reconceptualización del examen de Estado - evaluación en matemáticas*.
- **ICFES** (2007). *Propuesta de fundamentación conceptual área de Matemáticas*.
- **ICFES** (2013). *Fundamentación conceptual de la prueba de Razonamiento Cuantitativo*.
- **MEN** (1998). *Lineamientos Matemáticas. Serie Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- **MEN** (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- **Vasco, C. E.** (1998). *El constructivismo genético*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.



Calle 17 No. 3-40 • Teléfono:(57-1)338 7338 • Fax:(57-1)283 6778 • Bogotá - Colombia
www.icfes.gov.co



MinEducación
Ministerio de Educación Nacional

Esto es construir un país justo.
Estamos transformando a Colombia.